

導電性高分子アクチュエータの電気化学・力学挙動のシミュレーション

Simulation of Electrochemical-Mechanical Behaviors of Conducting-Polymer Actuators

鄭祐尚¹ 都井裕¹

Woosang JUNG¹, Yutaka TOI¹

¹東京大学生産技術研究所

¹Institute of Industrial Science, University of Tokyo

Abstract: Conducting polymer actuators have been investigated as novel electrochemical actuators due to their unique properties of light weight, high force density, and low operational voltage. Among the various conducting polymers, polypyrrole is the most promising conducting polymers in many fields of applications such as artificial muscles or MEMS demanding a high level of miniaturization. In this study, three-dimensional poroelastic model given by Della Santa et al. [1] is combined with the one-dimensional equation for ionic transportation. The estimated pressure increment calculated from poroelastic analysis is used as the apparent external force for the three-dimensional finite element deformation analysis. The electrochemical-poroelastic analysis for the bending behaviors of polypyrrole-based robotic gripper was also conducted. The numerical results are in good agreement with experimental results and validity of the proposed model has been demonstrated.

1. はじめに

生物が営むエネルギー交換のメカニズムを工学的に応用する技術は、環境に低負荷の技術として将来不可欠であり、従来の金属ベースの硬いデバイスから、柔軟なポリマーを用いたデバイスへの進展は必然である。この観点から、人間の生体システムと同様に、電流による機械的な変形を、また機械的な変形から電流を発生させるメカニズムを持っている導電性高分子は最適な材料である。また、従来の電子デバイスは湿気や水、塩水などの環境では、その機能を失ってしまうが、導電性高分子は塩水や電解液のような濡れた環境で駆動することが可能であるという特徴を持っている。さらに、単位体積当たり大きい発生力やひずみ、小型化の容易性（マイクロレベル）軽量で低騒音、電気的に制御が可能など優れた性能を持っている¹⁾。

導電性高分子と電解液間に通電すると、図1で示したようにドーパントイオンの出入りにより導電性高分子膜の分子鎖の形状変化が起こり、体積変形が発生する。現在、このような導電性高分子の体積変化メカニズムを利用したアクチュエータの開発は実用段階に入っているとされており、人工筋肉²⁾⁻³⁾、

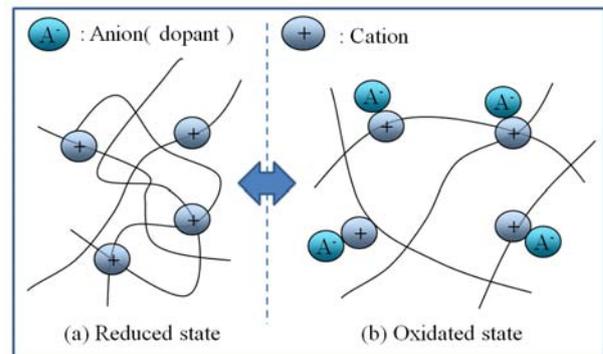


Fig.1 Schematic diagram of volume expansion/shrinkage of anion-driven conducting polymers

マイクロロボットおよび小型グリッパー⁴⁾⁻⁵⁾などの成功例も報告されている。しかし、導電性高分子の電気刺激に対する大変形応答は非線形で、それを用いた関連機器のデザインに適切な解析ツールは未だ開発されておらず、特殊な性質を持ち、複雑な駆動メカニズムで働く導電性高分子アクチュエータの設計に有用な計算ツールの開発が要求されている現状である。

本論文では、導電性高分子の中でも最も応用が期待されているポリピロール(PPy: polypyrrole)膜を用いたアクチュエータの電気化学・力学応答に対して、筆者らにより開発された計算モデリングを利用して解析を行い、実験との比較により、その有用性を確

認する。

以下、2章では電性高分子アクチュエータの電気化学・多孔質弾性挙動に対する支配方程式、3章ではポリピロールアクチュエータに対する有限要素解析結果を示す。最後の4章は結論である。

2. 基礎式

2.1 構成方程式

電気重合により生成される導電性高分子膜は多孔質材料であり、古典的多孔質弾性論に基づいて平衡方程式は次式のように与えられる⁶⁾。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^t}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

ここに、

$$\sigma_{ij}^t = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^f \quad (2a)$$

$$\sigma_{ij}^s = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij}^s + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e^s \delta_{ij} \quad (2b)$$

$$\sigma_{ij}^f = -\beta P \delta_{ij} \quad (2c)$$

である。式中、 σ_{ij}^t は全応力、 σ_{ij}^s は固体応力、 σ_{ij}^f は流体応力、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 ε_{ij}^s は固体ひずみ、 e^s は固体の体積ひずみ、 δ_{ij}^s はクロネッカーのデルタ、 β は空孔率、 P は圧力である。

2.2 ポアソン方程式

導電性高分子膜内浸透したイオンが酸化・還元反応により結合し、体積変化を起こすメカニズムは大変複雑である。本研究ではイオン移動および結合による体積変化を考慮するため、現象論的式であるOnsager則を修正した。既存のOnsager則によれば、イオン流束 J と質量流束 V^f は、電気ポテンシャル勾配 $\nabla\phi$ 、圧力勾配 ∇P 、現象論的パラメータ K_{ij} を用いて、次式のように表現される⁷⁾。

$$J = K_{11} \nabla \phi + K_{12} \nabla P \quad (3a)$$

$$V^f = K_{21} \nabla \phi + K_{22} \nabla P \quad (3b)$$

式(3a)と式(3b)の両辺の発散(divergence)をとり、 $\nabla^2 \phi$ を消去した上で、次式の間係を用いる。

$$\text{div } V^f = \frac{\partial e^f}{\partial t} \quad (4)$$

ここに、 e^f は流体の体積ひずみである。さらに、受動的多孔質弾性挙動に対するポアソン関係式

$$\frac{\partial e^f}{\partial t} = -\frac{(1-\beta)}{f} \nabla^2 P \quad (5)$$

を参照し、Biotの連続式

$$\frac{\partial e^s}{\partial t} = -\frac{\beta}{1-\beta} \frac{\partial e^f}{\partial t} \quad (6)$$

を用いれば、電場中の導電性高分子内で発生する体積ひずみ速度と圧力の間係を表わすポアソン方程式が、次式のように誘導される。

$$\frac{\partial e^s}{\partial t} = C_1 \frac{-\beta}{(1-\beta)} \nabla J + C_2 \frac{\beta}{f} \nabla^2 P \quad (7)$$

ここに、

$$\nabla J = -\frac{\partial c}{\partial t} \quad (8)$$

C_1 と C_2 はOnsager則から導かれる現象論的パラメータである。 C_1 は導電性高分子と結合するドーパントの単位イオン密度当たり体積ひずみ変化を表す能動的現象を支配するパラメータであり、 C_2 は導電性高分子内発生する圧力勾配による体積変化を支配する受動的パラメータである。

2.3 体積ひずみ速度の発展方程式

受動的多孔質弾性挙動に対して成立する関係式⁶⁾

$$\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \nabla^2 e^s = \beta \nabla^2 P \quad (9)$$

に、式(7)を代入すると、電気化学・多孔質弾性挙動に対する体積ひずみの発展方程式として次式を得る。

$$L \nabla^2 e^s = \frac{1}{C_2} \frac{\partial e^s}{\partial t} + \frac{C_1}{C_2} \frac{\beta}{(1-\beta)} \nabla J \quad (10)$$

ここに、

$$L = \frac{(1-\nu)E}{f(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (11)$$

2.4 イオン輸送方程式

電解液内電場下におけるイオン輸送方程式は、イオンに働く粘性抵抗力、拡散力、電気力のつり合い関係から次式のように導かれる⁸⁾。

$$\eta_1 \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = kT \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \times \left\{ \frac{e}{\varepsilon_e S_x} \left(\int_0^t i(\tau) d\tau + Q(x,t) - Q(x,0) \right) \right\} \quad (12)$$

本研究では、モデル境界でイオンの流出およびモデル内化学的損失はなく、電解液あるいは固体高分子ゲル内イオンの総量は一定であると仮定する。従って、全電荷量 $Q(x,t)$ に対する初期条件と境界条件は、以下のとおりである。

$$\{Q(x,0)\} = N_a e S_x c_o x \quad (13a)$$

$$\begin{cases} \{Q(0,t)\} = 0, \\ \{Q(d,t)\} = N_a e S_x c_o d \end{cases} \quad (13b)$$

全電荷量 $Q(x,t)$ が求められると、次式から電荷密度 $c(x,t)$ が計算される。

$$Q(x,t) = N_a e S_x \int_0^x c(\xi,t) d\xi \quad (14)$$

3. 有限要素解析

3.1 解析条件および計算手順

導電性高分子膜の電気化学反応は複雑であり、導電性高分子膜内イオン移動は電解液内イオン移動とは異なるが、本研究で解析対象とするモデルにおいて導電性高分子膜は非常に薄いため、近似的に同様であると仮定する。イオン輸送解析は1次元(図2)、ポリピロールアクチュエータの電気化学・多孔質挙動解析は3次元モデル(図3)を用いて計算を行った。

前章での支配方程式系を有限要素法で離散化して行った能動的電気化学・多孔質弾性挙動に対する計算手順は、次のとおりである。まず、一次元イオン輸送方程式から全電荷量と電荷密度を式(12)と式(14)により求める。その後、図のような3次元モデルを用いて、求めた電荷密度を式(10)と(7)に代入することにより体積ひずみと圧力を計算する。さらに、計算された圧力増分を見かけの外力とし、多孔質弾性変形応答解析を行う。以上の計算手順を最終時間まで繰り返す。有限要素法による定式化の詳細は文献[9]と[10]を参照されたい。

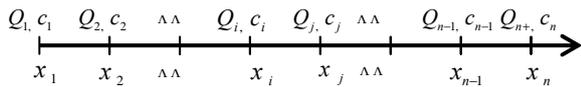


Fig.2 One-dimensional mesh subdivision

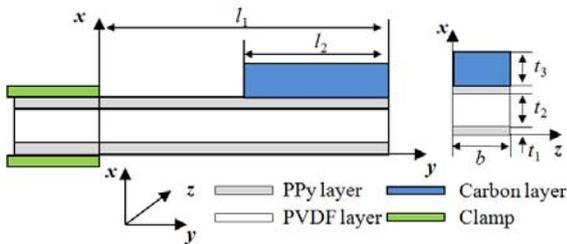


Fig.3 Dimensions of robotic gripper model

Table 1 Material parameters for ion transport analysis

Coefficient of viscosity	$\eta = 1.18 \times 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{s/m}^2)$
Boltzmann constant	$k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ (N} \cdot \text{m/K)}$
Absolute temperature	$T = 293 \text{ (K)}$
Elemental charge	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ (C)}$
Dielectric constant	$\epsilon_o = 2.8 \times 10^1 \text{ (C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)$

Time interval	$\Delta t = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$
Space interval	$h = 5 \mu\text{m}$
Cross section area	$S_x = 57.5 \times 10^{-6} \text{ (m}^2)$
Avogadro number	$N_a = 6.02 \times 10^{23} \text{ (/mol)}$
Initial charge density	$c_o = c(x,0) = 1147 \text{ (mol/m}^3)$

Table 2 Material parameters for poroelastic analysis

Friction coefficient	$f = 1.29 \times 10^{20} \text{ (Nsm}^{-4})$
Porosity	$\beta = 0.108$
Elastic constants for PPy	$E_{PPy} = 80 \text{ MPa}, \nu_{PPy} = 0.42$
Elastic constants for PVDF	$E_{PVDF} = 440 \text{ MPa}, \nu_{PVDF} = 0.412$
Elastic constants for C.F (carbon fiber)	$E_{C.F} = 230 \text{ GPa}$ $\nu_{C.F} = 0.3$

3.2 ロボットグリッパーの曲げ挙動解析

本節では、図3に示したように、ポリピロール(PPy)、ポリフッ化ビニリデン(PVDF)、カーボンファイバの3層から成るロボットグリッパーの電気化学・多孔質弾性曲げ挙動に対して、2章で紹介した基礎式を離散化し、幾何学非線形性を考慮した有限要素モデリングを作成して数値解析を行う。

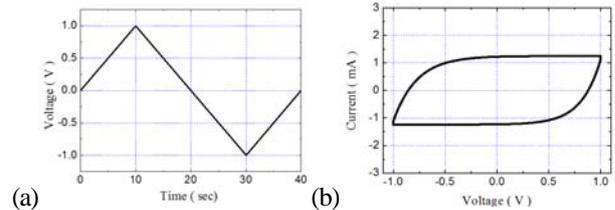


Fig.5 (a) Input voltage profile and (b) Cyclic Voltammogram corresponding to input voltage

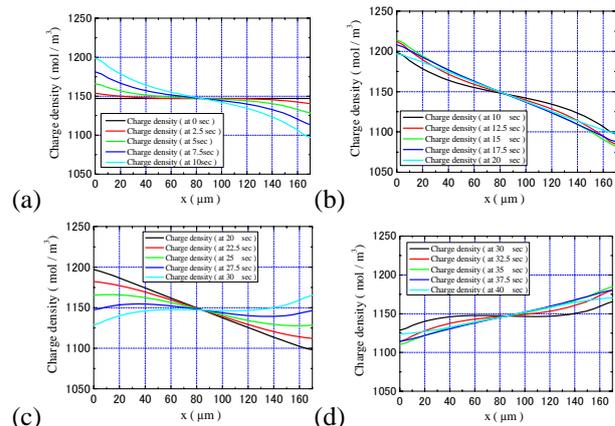


Fig.6 Charge density distribution over (a) 0~10 sec (b) 10~20 sec (c) 20~30 sec (d) 30~40 sec

ポリピロール膜およびポリフッ化ビニリデン膜の長さ(l_1)は 10mm 、カーボンファイバの長さ(l_2)は 5mm 、ポリピロール膜の厚さ(t_1)は $30\mu\text{m}$ 、ポリフッ化ビニリデン膜の厚さ

(t_2)は $110\mu\text{m}$ 、カーボンファイバ膜の厚さ(t_3)は $170\mu\text{m}$ である。また、アクチュエータの幅(w)は 1mm である。要素分割はカーボンファイバを除いたアクチュエータに対し、長さ方向に20要素、幅方向で1要素、厚さ方向で34要素である。また、カーボンファイバは、長さ方向に10要素、厚さ方向に1要素で分割した。総節点数は1492である。計算に用いたパラメータを表1,と表2に示す。

図5では計算に用いた電圧パターンおよびサイクリックボルタモグラム(CV: Cyclic Voltammogram)を示す。サイクリックボルタモグラムとは、電極電位を直線的に掃引して応答電流を測定する手法であり、優秀な電子材料には多数の掃引を行った後もサイクリックボルタモグラムがほとんど変化しないことが要求される。本解析の対象としたポリピロール膜は数サイクル後も同様なCVを見せており、電子機能素材として必要な安定性を有している。

図6ではポリピロール膜間で発生する電荷密度分布を示す。図6.(a)では0秒から10秒までの電荷密度の分布を示す。最初の平衡状態($c_0 = 1147(\text{mol}/\text{m}^3)$)から電圧の上昇($0\text{V} \rightarrow 1\text{V}$)と共に PF_6^- イオンが陽極側に移動することにより、陰極側($x=170\mu\text{m}$)のイオン密度は減少し、陽極側($x=0\mu\text{m}$)では増加している。図6.(b)では10秒から20秒までの電荷密度の分布を示す。電圧の減少($1\text{V} \rightarrow 0\text{V}$)と共に陽極側ではイオン密度が減少し、陰極側では増加していくことがわかる。ただし、15秒までは陽極側で若干の電荷密度増加が見られる。これは、電圧が減少しても約12.5秒までは電流値(図5.(b)参照)は正であり、式(12)から計算される電気力は電流値の時間積分で評価されるため、電圧の減少にも関わらず、 PF_6^- イオンの陽極側への移動が続くからである。

図6.(c)では20秒から30秒までの電荷密度分布を示す。電圧は 0V から -1V に下がり、電荷密度分布が大きく変化して行くことがわかる。電圧の向きが変わり、陽極側では導電性高分子と結合した PF_6^- イオンの急激な放出によりイオン密度が減少している。

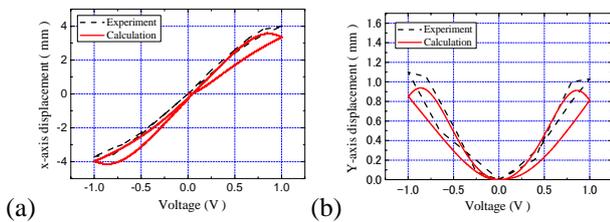


Fig.7 Response of PPy bending actuator under a cyclic voltage (between 1V and -1V)

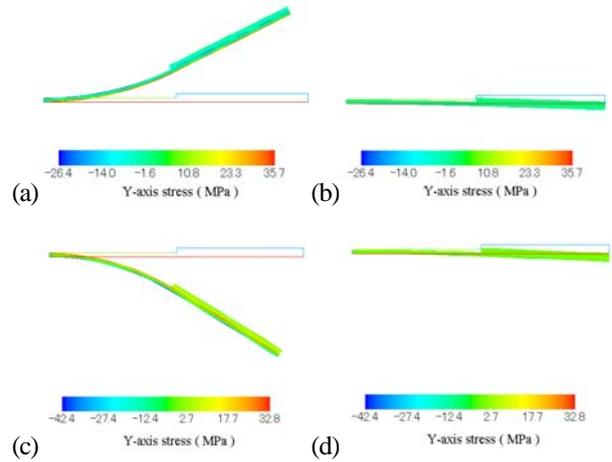


Fig.8 Deformations of robotic gripper

逆に、陰極側では導電性高分子と PF_6^- イオンが結合し、イオン密度が急激に増える。図6.(d)では、図6.(b)の結果と同様に、電荷密度の変化に若干の遅れが見られるが、電圧が零に近づくことにより、初期状態の電荷密度分布に戻って行くことが示されている。電圧と先端部の軸方向変位(x 軸方向)、電圧と横たわみ(y 軸方向)の関係に対する結果をそれぞれ、図7.(a)と図7.(b)に示す。式(7)と式(10)における係数は $C_1 = 0.13(\text{m}^3/\text{mol})$ 、 $C_2 = 28$ と仮定した。本解析では、ポリピロール膜の大変形がイオン輸送に及ぼす影響、電圧変動が弾性定数に及ぼす影響などを考慮していないため、解析結果と実験結果⁴⁾には若干の相違が見られるが、総体的には両者は良好に対応しており、本研究で提案した計算モデルの有用性が確認される。

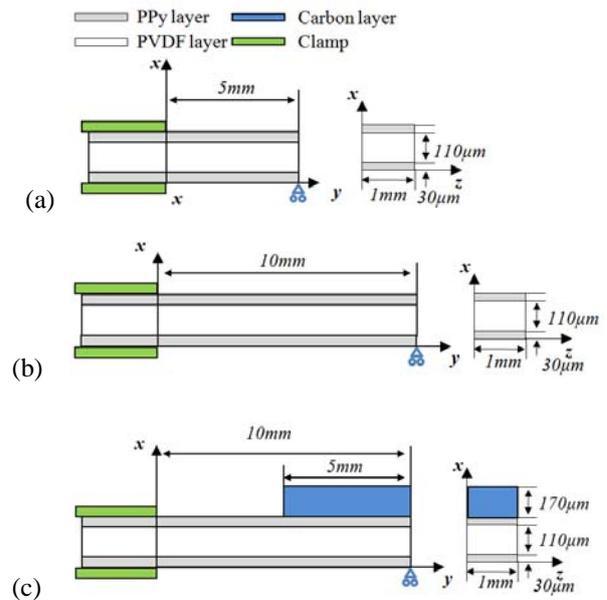


Fig.9 Dimensions of (a) 5mm actuator, (b) 10mm actuator and (c) robotic gripper

図8では、アクチュエータの変形図を示す。PVDFの下面で付着されているポリピロール膜に正の電圧が印加されると、酸化反応により急速な体積膨張が発生する。逆に、陰極になったPVDFの上面で付着されているポリピロール膜では還元反応により体積収縮が起こり、図8.(a)に示したようなロボットグリッパーの曲げ運動()が発生する。一方、電圧の向きを変えてPVDFの下面で付着されているポリピロール膜に負の電圧を印加すると、ロボットグリッパーが反対方向()に曲がるのが良好に再現されている。また、カーボンファイバが付着されている先端部ではカーボンファイバの大きい曲げ剛性により曲げ挙動がほとんど見られない。

3.3 ロボットグリッパーの発生力解析

導電性高分子アクチュエータの設計において、前節で紹介した変形量と共に発生力は欠かせない重要な設計パラメータである。この節では、図9に示すようなPPy/PVDF/PPy構造の5mmアクチュエータ、10mmアクチュエータおよび3.3節で示したロボットグリッパーの発生力に対して有限要素解析を行う。要素分割は長さ方向に20要素、幅方向に1要素、厚さ方向に34要素であり、総節点数は1470である。計算に用いた電流値(1V)は図10に示す。

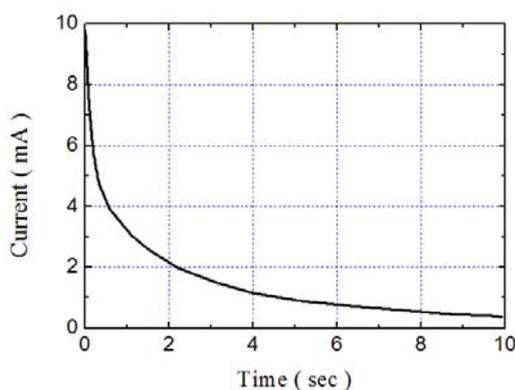


Fig.10 Input current profile

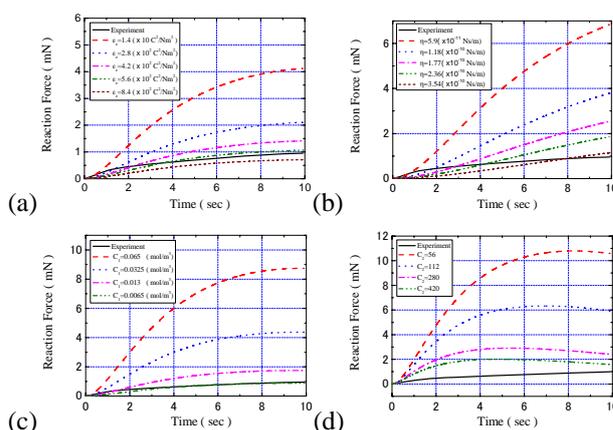


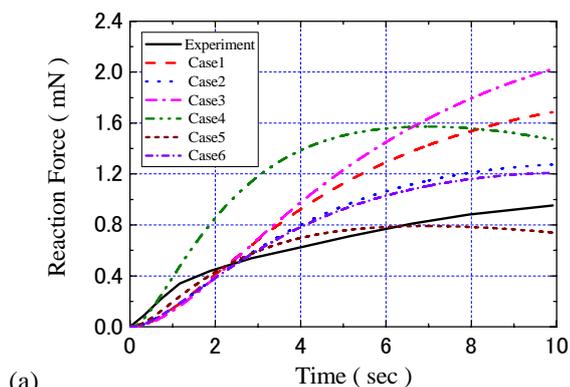
Fig.11 Parametric study for the 5mm actuator under 1V: (a) dielectric constant, (b) viscous coefficient, (c) C_1 and (d) C_2

有限要素解析において、3.2節でのパラメータを利用して解析を行うと、実験結果より約10倍大きい発生力が計算された。これは、導電性高分子膜の変形が拘束されると、イオンの移動およびイオンの出入りによる体積変化率が低下されることに起因すると考えられる。本研究では、先端部のたわみが拘束されている導電性高分子アクチュエータの電気化学・多孔質弾性挙動を解析するためには、自由に変形するアクチュエータとは異なるパラメータの設定が必要であることを確認し、図11に示すようなパラメータ計算を行った。計算は1Vが印加された5mmアクチュエータを解析対象とし、前節で利用したパラメータを以下のように調整しながら、発生力の変化を調べた。

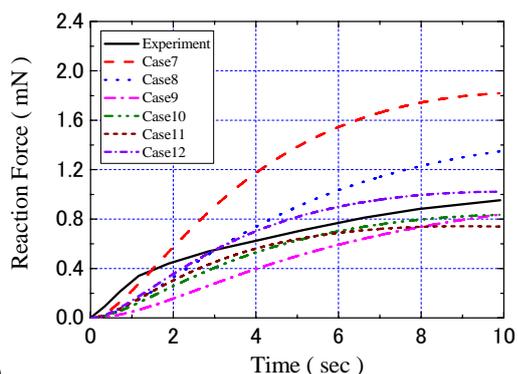
図11.(a)では、誘電率を5倍、10倍、15倍、20倍、30倍に設定した時、発生力の時刻歴を示す。誘電率が大きくなることにより、両極側の電荷密度の変化が少なくなり、発生力が小さくなっていることがわかる。図11(b)では粘性係数を5倍、10倍、15倍、20

Table 3 Material parameters for parameter study

	$\epsilon_r (\times 10^2 / Nm^2)$	$\eta (\times 10^{-11} Ns/m)$	$C_1 (m^3/mol)$	C_2
Case1	5.6	2.36	0.0325	28
Case2	11.2	1.18	0.0325	28
Case3	2.8	4.72	0.0325	28
Case4	2.8	1.18	0.0325	112
Case5	2.8	1.18	0.01625	112
Case6	5.6	1.18	0.01625	28
Case7	6.0	1.18	0.026	28
Case8	5.6	2.36	0.026	28
Case9	5.6	4.72	0.026	28
Case10	8.4	1.18	0.01625	28
Case11	5.6	1.18	0.01625	56
Case12	5.6	1.18	0.01625	36



(a)



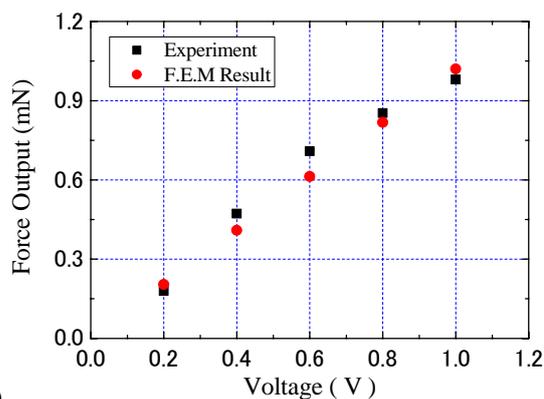
(b)

Fig.12 The predicted reaction forces obtained by using parameter sets shown in Table 3: (a) case1~6 and (b) case7~12

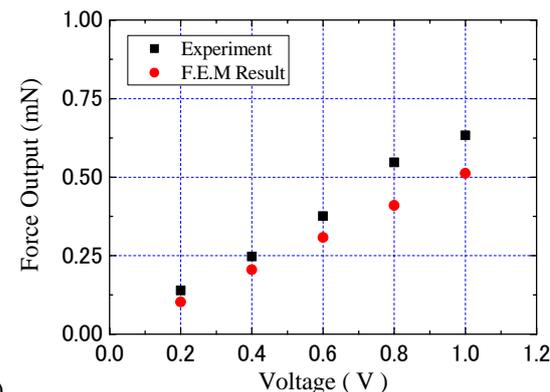
倍、30 倍に設定した時の発生力の時刻歴を示す。粘性係数が大きくなると、イオンの移動が遅れてしまい、発生力が小さくなる。ただし、粘性係数が過度に大きくなった場合は、初期のイオン移動まで拘束され、実験結果と大きい相違が見られる。

図 11.(c)では、Onsager 則から導かれた現象論的パラメータ C_1 を 0.5 倍、0.25 倍、0.1 倍、0.05 倍に設定した場合の発生力を示す。 C_1 はイオン密度の増加と体積変化間の関係を表すパラメータであり、導電性高分子膜の変形が拘束されることにより、小さくなると思われる。図 11.(d)では、拡散の影響を表す C_2 を 2 倍、5 倍、10 倍、15 倍の発生力の時刻歴を示す。 C_2 が大きくなると、電気力による一時的な発生力の増加に続いて C_2 の影響による発生力の低下が見られ、実験結果の傾向とは大きい相違が見られる。

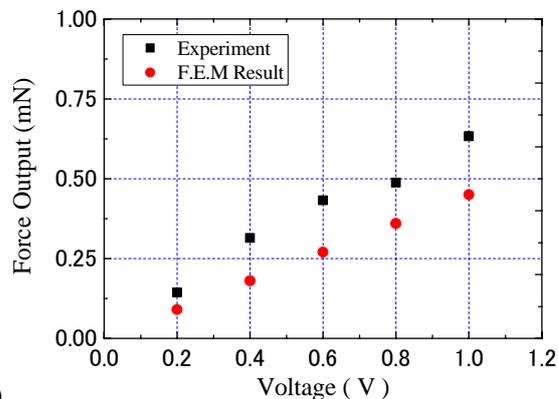
以上の計算結果から考えると、先端部が拘束されている導電性高分子膜では、自由に变形する導電性高分子膜よりイオン密度の増加による体積変化率が大きく低下すると考えられる。また、変形が小さいことから、粘性係数と C_2 の変化は少ないと考えられる。



(a)



(b)



(c)

Fig.12 Force analysis of (a) 5mm actuator, (b) 10mm actuator and (c) robotic gripper

これらの解析結果に基づいて、表 4.3 のように 4 つのパラメータを再調整して計算を行い、その結果を図 12 に示す。本研究では、ケース 12 のパラメータを採択して、三つのポリピロールアクチュエータに対して、それぞれ五つの電圧条件(0.2V, 0.4V, 0.6V, 0.8V,1.0V)下の発生力をシミュレートし、その結果を実験結果⁵⁾と比較する。

図 13.(a)では、長さ 5mm の PPy/PVDF/PPy アクチュエータの発生力に対する実験結果および解析結果を示す。1V 以外の電圧(0.2V, 0.4V, 0.6V, 0.8V)に対応する電流値は、1V の場合の電流値に 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 を乗じた値を仮定した。アクチュエータの長さを除

いた解析モデルの寸法および要素分割は 3.2 節でのロボットグリッパモデルと同様である。解析結果は実験結果と良好に一致し、提案した計算モデリングの有用性およびパラメータの妥当性が確認される。

図 13.(b)では、長さ 10mm の PPy/PVDF/PPy アクチュエータの発生力に対する実験結果および解析結果を示す。アクチュエータの長さが 2 倍に増加することにより、解析結果では発生力が 5mm アクチュエータに比べて半分になっている。しかし、実験結果では 5mm アクチュエータに比べて発生力は減少しているが、計算結果とは若干の相違が見られる。図 13.(c)では、長さ 10mm のロボットグリッパの発生力に対する実験結果と解析結果を示す。解析結果ではカーボンファイバが曲げ変形を抑えることにより 10mm アクチュエータに比べて発生力が小さくなっているが、実験結果では 10mm アクチュエータとほぼ同様な発生力になっているので、若干の相違が見られる。これらの誤差は、導電性高分子膜内の初期イオン密度分布が実験ケースごとに同一ではないことに起因すると考えられる。

4. 結論

本研究で提案した計算モデリングは導電性高分子アクチュエータの電気化学・力学挙動を有限要素法の立場から再現したものであり、分子レベルのイオン移動からアクチュエータ本体の曲げ挙動まで統合的に考慮することができる計算システムとして初めての試みとして重要な意義を持っている。また、提案した計算モデリングを利用して得られた解析結果は実験結果と良好に対応しており、妥当性および有用性を確認した。

今後の課題としては、より定量的なシミュレーションを可能にするために、材料物性値の実験的検討、電気化学モデルの多次元化およびイオンの停留などの化学的損失を考慮したモデルへの拡張などを行う予定であり、導電性高分子センサの開発、アクチュエータ&センサモデルの統合化を試みる。

参考文献

- [1] 長田 義仁, 金藤 敬一 他 : ソフトアクチュエータ開発の最前線, エヌ・ティー・エス出版社(2000)
- [2] Cortes, M. T. and Moreno, J. C., Artificial Muscles Based on Conducting Polymers, *e-Polymers*, No.041 (2003), pp.1-42
- [3] Hara, S. et al., Artificial Muscles Based on Polypyrrole Actuators with Large Strain and Stress Induced Electrically, *Polymer Journal*, Vol.36, No.2 (2004), pp.151-161.
- [4] Alici, G. et al., Bending Modeling and Its Experimental

Verification for Conducting Polymer Actuators Dedicated to Manipulation Applications, *Sensors and Actuators, A* 126 (2006), pp.396-404.

- [5] Alici, G. and Huynh, N. N., Towards Improving Positioning Accuracy of Conducting Polymer Actuators, *International Workshop on Advanced Motion Control*, (2006), pp.478-483.
- [6] Della Santa A. et al., Passive Mechanical Properties of Polypyrrole Films: A Continuum, Poroelastic Model, *Material Science and Engineering*, C5 (1997), pp.101-109
- [7] Della Santa A. et al., Performance and Work Capacity of a Polypyrrole Conducting Polymer Linear Actuator, *Synthetic Metals*, 90 (1997), pp.93-100..
- [8] Tadokoro, S. et al., An Actuator Model of ICPF for Robotic Applications on the Basis of Physicochemical Hypotheses, *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2000), pp.1340-1346
- [9] Toi, Y. and Jung, W.-S., Finite Element Modeling of Electrochemical-Poroelastic Behaviors of Conducting Polymers, *Computers and Structures*, Vol.85, (2007), pp.1453-1460.
- [10] 都井裕, 鄭祐尚 : 導電性高分子(PPy)膜の電気化学・多孔質弾性曲げ挙動の計算モデリング, 日本機械学会論文集(A), Vol.74, No.07-0901,(2008), pp.513-519